

Belboe, Rossing

Matematikk som nødvendig redskap for design

Kombinasjonen av matematikk og kunst og håndverk er spennende og viser at matematikk kan gi elevene mulighet til å designe et nyttig og vakkert produkt. I denne artikkelen skal vi beskrive noe av det som skjedde da vi ga elever i barneskolen digitale verktøy og utfordret dem til å konstruere skåler ut fra egne kreative ideer og innfall, men med beskjed om at de skulle bruke matematikkunnskapene sine.

Eksempelene under er hentet fra en utprøving av verkstedsaktiviteten «Nytt og gammelt» ved Vitensenteret i Trondheim i 2019.

I alt deltok tre grupper à 13–14 elever fra 5. og 6. trinn fra en barneskole i Trondheim. Hver gruppe ble delt i to, hvorav den ene drev med treskjæring («gammelt»), og hvor den andre laget laserkuttete skåler («nytt»), deretter byttet de. Elevene hadde på forhånd blitt bedt om å velge to geometriske figurer som kunne være utgangspunkt for design av skålene. Ved ankomst til Vitensenteret fikk de ti minutters opplæring i bruk av tegneprogrammet Corel-



Figur 1: Skål laget av seks ellipser.

DRAW og de ble bedt om å være oppmerksomme på ting de oppdaget underveis som de syntes var interessante eller rare.

I CorelDraw lærte de hvordan de kunne lage ellipser og andre former, kopiere og dreie figurer en gitt vinkel, speile om vertikale og horisontale akser, skalere (i prosent) og få fram omhyllingskurven (ytterkanten av samlingen av former). De hadde dessuten tilgang til seks hjelpeark for å finne fram i menyene. De fikk også hjelp til å skrive ut designet på Vitensenterets laserkutter.

Tegningene og skålene som er vist i denne artikkelen, er elevenes egne og er hentet ut av arbeidene deres, men sammensetningen og kommentarene er gjort av instruktøren. For å kunne dokumentere det elevene gjorde og ikke minst hvordan de resonnererte, ble de bedt om å

Anne Birgitte Belboe

Byåsen skole

Anne-Birgitte.Belboe@ou.trondheim.kommune.no

Nils Kristian Rossing

Skolelaboratoriet ved NTNU

nils.rossing@ntnu.no

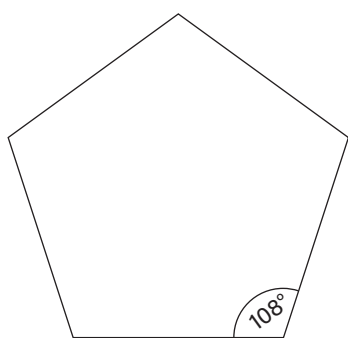
presentere produktet sitt og fortelle hvordan de hadde tenkt. I tillegg ble de intervjuet i etterkant. Elevene fikk dessuten beskjed om ikke å lukke programmet når de avsluttet. Dermed fikk instruktøren anledning til å gå tilbake i prosessen ved å bruke angreknappen. La oss se på et par eksempler.

To gutter med forskjellige kunnskaper om matematikk

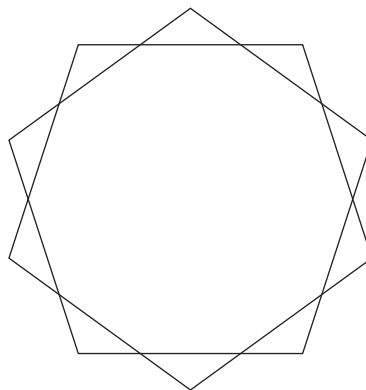
I dette tilfellet ble den ene gutten, den matematikkflinke ifølge læreren, sittende en del alene og fordype seg i en problemstilling, mens den andre tok seg en tur for å studere hva de andre lagene holdt på med. Fordelen var at den flinke eleven fikk brynt seg, ulempen var at den andre forlot oppgaven for en periode da han ikke skjønnte hva den første holdt på med.

De to guttene hadde på forhånd bestemt seg for å ta utgangspunkt i femkanter (figur 2 a). En femkant kan lages ved at man henter fram en likesidet trekant fra menyen for så å be programmet øke antallet kanter til fem. Dermed lager programmet en regulær femkant.

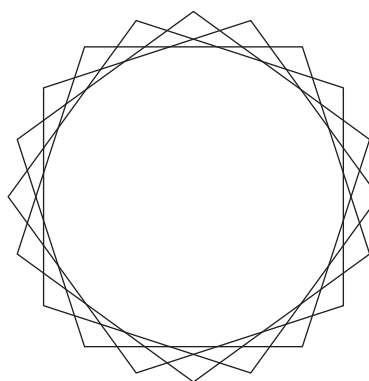
Problemstillingen var hvor mye den neste femkanten skulle roteres i forhold til den første slik at de passet til hverandre. Mens den ene gutten blir sittende og fundere på dette, går den andre rundt og ser hva de andre gruppene holder på med.



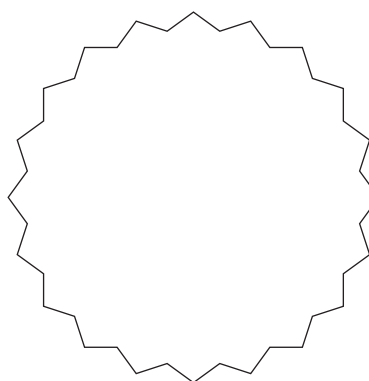
Figur 2 a: Vinkelsummen i en femkant er 540° , dvs. $540^\circ:5 = 108^\circ$ per vinkel. Fem like lange linjestykker blir en femkant når vinkelen mellom linjestykkene er 108° . Hvis man roterer en femkant $108^\circ \times 5$ så har man rotert den en hel runde rundt.



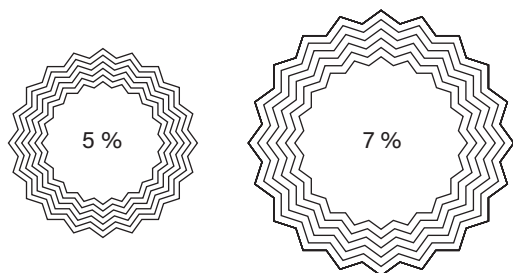
Figur 2 b: Kopier og roterer figuren 108° så havner hjørnet midt mellom hjørnene til originalen.



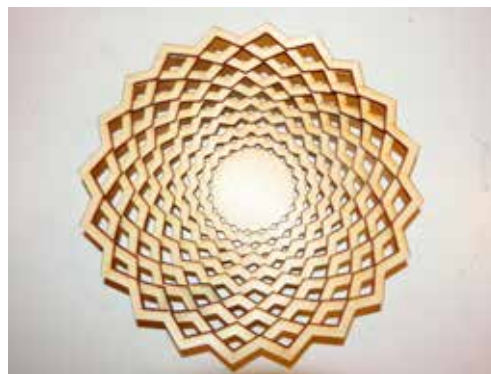
Figur 2 c: Kopierer og roterer figuren $108^\circ:2 = 54^\circ$ så havner hjørnet midt i mellom hjørnene til forrige kopi og originalen. Siste kopi blir da $54^\circ + 108^\circ = 162^\circ$. De fire figurene roterer derfor 0° , 54° , 108° og 162° .



Figur 2 d: Merk alt, bruk kommandoene Objekt, Shape, Weld.



Figur 2 e: Bruk kommandoene Kopier, Lim inn, Forminsk. Her ser vi at 5 % forminskning blir for tynt. Derfor har man her brukt 7 % forminskning. 100 %, 93 %, 86 %, 79 %, 72 %, 65 %, 58 %, 51 %, 44 %.



Figur 4: Kopi¹ av den roterte skåla som elevene designet og laget.

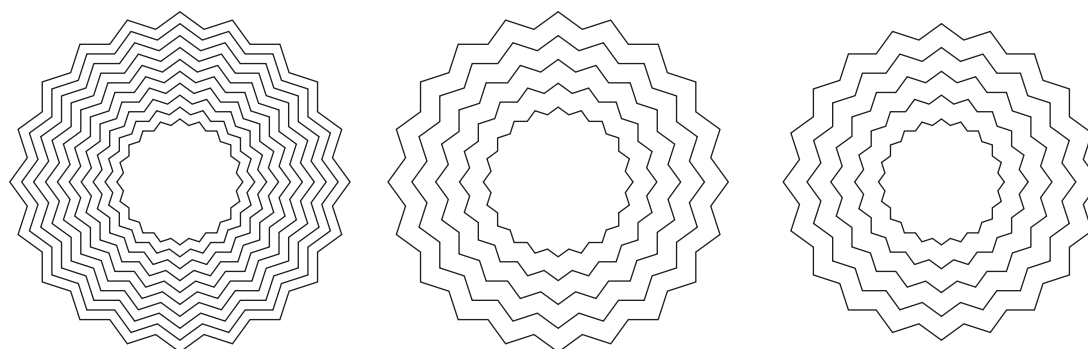
Den gjenværende gutten bestemmer seg for å rotere den andre femkanten slik at spissene akkurat treffer midt på langsiden til den første. Han ser ut til å forstå at for å få til det må han først bestemme størrelsen til vinklene i hjørnene på femkanten.

Han prøvde først med en vinkel på $360^\circ/5$, men han fant fort ut at det ble galt. For å lede ham på rett vei spør instruktøren hva vinkelen i en likesidet trekant er, og han svarer raskt at den er 60° , og at vinkelsummen i en trekant er 180° . Læreren spør så om han vet hva vinkelsummen i en firkant er. Deretter forlater hun eleven som blir sittende og gruble over problemet. Det går imidlertid ikke mange minutter før han kommer gledestrålende tilbake og forkynner: «Æ e blitt oppfinner. No veit æ kordan æ

kan finn vinkelsummen når det blir fler kanta.» Deretter følger en forklaring om at det blir 180° mer for hver ny side som blir lagt til. Det ble imidlertid litt krevende for de andre som var med på samlingen når han skulle formidle sin oppdagelse i plenum.

Selv om han brukte mer tid enn de andre, kom han fram til at vinkelsummen for femkanten ble 540° , og delt på 5 ble vinkelen i hvert hjørne 108° . En bragd av en elev på 5. trinn utført på 20 minutter, mener vi. Og han hadde all grunn til å være strålende fornøyd. Han oppdaget så at han måtte dreie kopien 36° for å treffe med spissen midt på sidekanten til den første femkanten (figur 2 b).

Men han nøyde seg ikke med det, han bestemte seg for å legge fire femkanter på hver-



Figur 3: Mønsteret til venstre har en formminskningsfaktor på 7 %. De to andre er oppdelt i to mønstre slik at bruk av annenhver ring kan stables med overlapp uten å roteres.

andre som utgangspunkt for mønsteret sitt (figur 2 c). Nå hadde han knekt koden og var tydelig på at han måtte rotere hver femkant en «kvart», som han uttrykte det. Dvs. $1/4$ av vinkelen mellom to av hjørnene, som blir $72^\circ/4 = 18^\circ$. De tre ekstra femkantene ble derfor dreid «en kvart», «halvveis» og «trekvart», slik han uttrykte seg.

Han forteller også hvordan han først gikk fram for å bestemme vinkelen, ved at han prøvde med ulike vinkler. I ett forsøk roterte han femkanten litt for lite og i det neste litt for mye ut fra øyemål. Selv om partneren var mer enn godt nok fornøyd med en tilnærmet riktig vinkel, var konklusjonen hans: «Dette må æ regn mæ fræm te.» Underveis i prosessen oppdaget han også et verktøy i Corel-DRAW som gjør det mulig å måle vinkler. Dette brukte han flittig, og vi ser av figur 2 at vinkelmålet henger igjen i modellen et stykke utover i prosessen.

Deretter var det bare å bruke verktøyet i CorelDRAW for å finne omhyllingskurven, og arbeidet med å kopiere, forminske og sentrere kunne begynne.

Han forsøker med en forminskning på 5 %, men oppdager som flere andre, at dette er litt lite. I mellomtiden har makkeren hans «spionert» og kommet tilbake med beskjed om at 7 % er den optimale prosentsetningen, og fra nå av kommer også han på banen og utfører de resterende trinnene fram til ferdig skålmønster (figur 3).

Som et unntak får denne gruppen lov til å lage to skåler, en som krever rotasjon, og en for overlapp. I den forbindelse var det også naturlig å diskutere forskjeller i materialbruk. Overlappende ringer krever nemlig dobbelt så mye materiale.

To jenter

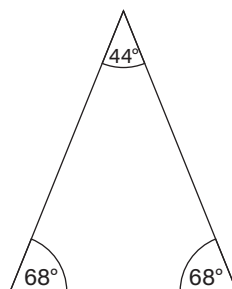
To jenter hadde bestemt seg for å lage en stjerna, og siden CorelDRAW har et eget verktøy for tegning av stjerner, var det fristende å gjøre det enkelt. Siden dette skulle være en matematikktime og ikke en tegnetime, ble de av instruk-

tøren utfordret til å konstruere stjerna selv og bruke matematikkunnskapene sine, for eksempel bruk av former, rotasjon og speiling: «Ikke skynd dere, bruk tid. Lek dere med matematikk, prøv nye ting og utforsk», sa hun.

De visste også at dersom de satte sammen trekanter, så kunne det bli stjerner av det. Så de startet med to likesidede trekanter og la dem oppå hverandre, slik at de fikk en stjerna med seks tagger.

Men så var det slik at den ene jenta ville ha én tagg i toppen og to som pekte nedover. For å få til det startet de med en litt tilfeldig likebeint trekant med en horisontal nedre kant (grunnlinje²) (figur 5 a). De sjekket også at det virkelig var en likebeint trekant, ved å måle vinklene ved grunnlinja og slik bekrefte at de var like store.

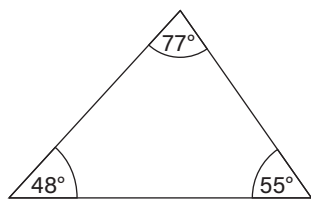
Det neste spørsmålet de måtte ta stilling til, var hvor mange tagger stjerna skulle ha. De hadde allerede bestemt seg for at to av taggene skulle peke nedover slik at de stakk ned under grunnlinja til den likebeinte trekanten. Dermed besluttet de like godt at det skulle stikke ut to tagger på hver av sidene i den likebeinte trekanten, dermed ble det totalt ni tagger på stjerna.



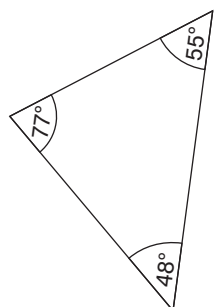
Figur 5 a

De konkluderte derfor helt riktig med at dette krevde bruk av totalt tre trekanter.

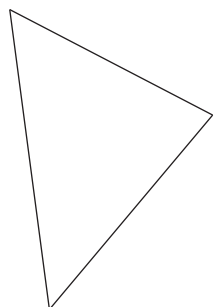
Så tegnet de en tilfeldig trekant som de syntes så fin ut (figur 5 b), og tok de vinklene de fikk, 48°, 55° og 77°. Denne trekanten dreide de i en passende vinkel («... som vart 82,4°») slik at den «spisseste spissen kom ned» (figur 5 c) og la den prøvende oppå den likebeinte trekanten slik at det «så pent ut».



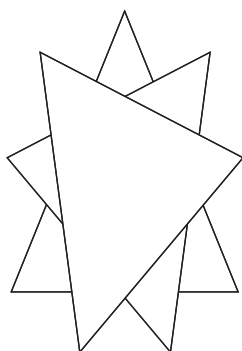
Figur 5 b



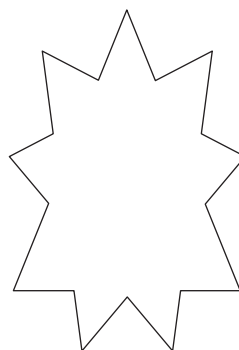
Figur 5 c



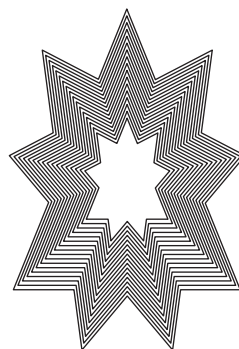
Figur 5 d



Figur 5 e



Figur 5 f



Figur 5 g

De speilet så denne trekanten om en vertikal akse (figur 5 d) og la alle tre trekantene oppå hverandre (figur 5 e). Når de sentrerte trekantene vertikalt og horisontalt, falt alt på plass, og de var strålende fornøyde. Hvilket følgende søte kommentar understreker: «De va bra vi valgt 48, 55 og 78 grader.» Til slutt fant de omhyllingskurven (figur 5 f).

Det mest overraskende var at de faktisk bestemte seg for å velge tre trekanter og ikke bare to som på mange måter ville ha vært naturlig. Det som synes å ha rokket ved et slikt valg, var den ene jentas forestilling om at stjerneformen skulle ha to spisser ned og én opp. Kommentarer synes å antyde at hun ønsket at den skulle være noe annet enn en tradisjonell julestjerne.

Det endelige skålmønsteret er vist på figur 5 g. Som vi ser er linjene særdeles tette, hvilket også ga dem en del utfordringer da skåla skulle skjæres ut. I alt ble det laget fem utskrifter av

skåla, slik at de til sammen fikk nok uskadde ringer. Årsaken var at noen av ringene knakk når de skulle tas fra hverandre. Det endelige resultatet er vist på figur 6.

Sluttkommentar

Vi mener at tverrfagligheten er oppleggets styrke. Det må imidlertid understrekes hvor viktig det er at elevene vet hvilke fag de jobber med slik at de er i stand til å fokusere på kompetansemålene i de aktuelle fagene. Da elevene designet skålene, ble de utfordret til å bruke geometriske former, finne vinkler og passende skalering. Dermed ble de oppmerksomme på styrken ved å bruke matematikk i en designprosess. Da elevene laget karveskurd (treskjæring), var også matematikken til stede, men her ble det fokusert på håndverket, å skjære i tre og matematikken kom i bakgrunnen. Vi er derfor overbevist om at vi ikke bare kan blande fag, men vi må hjelpe elevene til aktivt å se verdien av å jobbe tverrfaglig, i dette tilfellet bruke matematikk som et nødvendig redskap i prosessen med å skape et produkt.

Når elevene oppmuntres til å bruke matematiske begreper og metoder, ser de at matematikken hjelper dem å formgi produktet. Framstilling av skåler på denne måten gir elevene stor grad av frihet i valg av utforming av produktet samtidig som de oppdager at det finnes regler for hva som gir et godt og funksjonelt design. Selve monteringen gir også mulighet til eksperimentering og utvikling av motoriske ferdigheter. De får dessuten med seg et produkt som de er stolte av.

Det er viktig at det er lav terskel for å ta i bruk tegneverktøyet, slik at de kommer fort i gang. Det ble derfor laget hjelpeark for de viktigste kommandoene, som elevene kunne låne ved behov mens de arbeidet. Selv om CorelDRAW koster en del, finnes det alternativer som er tilstrekkelige for å kunne gjennomføre det omtalte prosjektet, for eksempel Inkscape (Rossing et al., 2021).



Figur 6: Kopi³ av skåla de to jentene designet og laget.

Laserkuttere er foreløpig lite utbredt på skole-ene, men de aller fleste av de tolv regionale vitensentrene er utstyrt med kraftige laserkuttere. Det er derfor mulig at elevene kan gjøre hele tegneprosessen i eget klasserom for så å komme til et nærliggende vitensenter for kutting av skåla.

Vi ble imidlertid litt overrasket da vi i etterkant av besøket spurte elevene hva de hadde likt best av å lage skåler med laserkutter og tradisjonell karveskurd med treskjærerjern. Til tross for at kvaliteten på treskjæringen ble svært varierende, var det dette de likte best. Årsaken syntes å være at treskjæringen ga dem en opplevelse av å komme tettere på selve skaperprosessen og kjenne hvordan jernet skar seg inn i treverket. Dette er noe å tenke på i vår digitaliserte verden.

Noter

- 1 Kopien er bygget av instruktøren Anne Birgitte Belboe. Foto: Nils Kristian Rossing.
- 2 Elevene brukte enda ikke begrepet «grunnlinje» men vi velger å bruke det her for å lette beskrivelsen.
- 3 Kopien er bygget av instruktøren Anne Birgitte Belboe. Foto: Nils Kristian Rossing.

Referanser

Rossing N. K., Kleiven K., Belboe A. B., Sæther R. & Hagen E. H. (2021). *Digital tegning, laser- og vinylkutting – DeKom, Rev. 1.5*, Vitensenteret i Trondheim <https://www.ntnu.no/skolelab/bla-hefteserie> (DeKom – Skapende aktivitet i klasserommet)