

Eriksen, Vos

Kjerneelementer og eksempeloppgaver

I august 2020 ble den nye læreplanen (LK20) iverksatt for grunnskolens 1.–9. trinn og videregående skoles 1. trinn (vg1). For vg1 skulle det utvikles nye kjerneelementer tilpasset den nye læreplanen. Det var uklart hvordan eksamen ville bli. Prosessen fram mot LK20 var i stor grad åpen, med høringer og mye informasjon sendt ut av Utdanningsdirektoratet (Nordbakke, 2018). Eksamensordningen og eksempeloppgavene ble imidlertid ikke gjenstand for samme åpenhet, selv om dette også er viktige ressurser for å kommunisere til lærere, lærebokforfattere og andre om ønskede aktiviteter i klasserommet (Morgan & Sfard, 2016). Da eksempeloppgavene forelå, ble det uttrykt bekymring fra lærere og organisasjoner (Utdanningsforbundet, 2020; Munthe-Kaas et al., 2021). Fried og Amit (2016) skriver at myndigheter kan støtte implementeringen av læreplanen gjennom obligatoriske nasjonale eksamener, særlig når det handler om inngripende endringer. Kjerneelementene kom som en slik endring, og de skal vise oss hva som er viktigst i LK20 (Smestad, 2018).

Stig Eriksen

Universitetet i Agder
stig.eriksen@uia.no

Pauline Vos

Universitetet i Agder
pauline.vos@uia.no

Vi har analysert hvordan oppgavesett publisert i september 2020 og januar 2021 samsvarer med kjerneelementene. Begge settene inkluderte 1P og 1T, mens bare januar 2021 inkluderte 1P-Y og 1T-Y. Nedenfor forklarer vi analysen vår med et eksempel og viser resultatene. I denne artikkelen beskriver vi hva vi har funnet, og gir eksempler på hvordan oppgaver kunne justeres for å gi elevene bedre muligheter til å vise kompetanse knyttet til kjerneelementene.

Eksempel på analyse

LK20 endte opp med de nå godt kjente seks kjerneelementene som vi har laget forkortinger for til bruk i denne teksten: *utforskning og problemløsning* (UP), *modellering og anvendelser* (MA), *resonnering og argumentasjon* (RA), *representasjon og kommunikasjon* (RK), *abstraksjon og generalisering* (AG), *matematiske kunnskapsområder* (MK).

I beskrivelsene av kjerneelementene framgår det hva elevene må være i stand til å *gjøre*, og eksamensoppgaver er noe elevene må *løse*, en aktivitet som elevene *gjør*. Dette var vårt utgangspunkt for å analysere oppgavene i lys av alle kjerneelementene. Vi tok handlingsaspektene i kjerneelementene og sammenliknet dem med vår tolkning av de handlingene eksempeloppgavene åpner for. Sammenlikningen ble tallfestet for å illustrere og registrere sammenhengene, og for å samkjøre med kva-

litative analyser. Vi illustrerer analysen med ett kjerneelement og én oppgave.

I vårt valgte eksempel, RK, har vi her uthevet det eleven skal gjøre:

Representasjoner i matematikk P er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Kommunikasjon i matematikk P handler om at elevene **braker matematisk språk** i samtaler, argumentasjon og resonnementer. Elevene må få mulighet til å **bruke matematiske representasjoner** i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Elevene må få mulighet til å forklare og **begrunne valg av representasjonsform**. Elevene må kunne oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket og **veksle mellom ulike representasjoner**. (Utdanningsdirektoratet, 2020)

Ut fra dette valgte vi fire kategorier: (1) Bruke matematisk språk, (2) Bruke matematiske representasjoner, (3) Begrunne valget av representasjonsform og (4) Bytte mellom representasjoner. Vi har valgt å ikke ta med å «oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket» som kategori, fordi dette ligger implisitt i de fire kategoriene vi har valgt.

Vi kvantifiserte våre koder slik:

- 0 poeng Oppgaven gir ikke eleven mulighet til å vise dette.
- 1 poeng Oppgaven kan gi mulighet til å vise litt av dette.
- 2 poeng Oppgaven krever dette.

Kodingene ble pilotert i starten. Hver kategori ga anledning til generelle diskusjoner om tolking. For RK-kategoriene over bestemte vi f.eks. at det å kunne *lese* tall i en oppgave ikke i seg selv er å bruke en matematisk representasjon. Å *tolke* et Python-program som gir funksjonsver-

dier, kan imidlertid være det. Dersom man må tegne grafen som hører til, og bruke grafen til å si noe om formelen, en figur eller programmet, eller omvendt, bytter man mellom representasjoner, dvs. at oppgaven får 2 poeng i kategori (4). Men dersom man greit kan løse oppgaven uten å bytte mellom representasjoner på denne måten, får oppgaven bare 1 poeng i denne kategorien.

Adil er med i et orienteringsløp. Postene som er satt ut, gir enten 2 poeng eller 5 poeng. Han finner 13 poster og får til sammen 38 poeng. Hvor mange av de 13 postene gir 2 poeng?

Trenger en elev her å bruke matematisk språk for å løse oppgaven? Elevene kan bruke algebra, men de kan også finne svar ved å gjette tallpar til postene. Å gjette og sjekke er dekket av kategori (4), og bruk av algebra blir dekket av kategori (2), for denne oppgaven. Derfor kodet vi her med 0 poeng for kategori (1). Både å prøve seg fram med tall og bruke algebra er bruk av representasjoner, så for kategori (2) fikk oppgaven 2 poeng. Oppgaven spør ikke om å begrunne valget av representasjonsform, så det bli 0 poeng for kategori (3). For å bytte mellom representasjoner, kategori (4), diskuterte vi at oppgaven oftest ville omhandle tre representasjoner: tall, verbal/tekstuell og algebraisk/symbolsk. Vi krevde mer av denne kategorien enn bare det å tolke teksten i oppgaven over til noe annet, det ville ført til at alle oppgaver ville få 2 poeng her. Men det er slett ikke usannsynlig at en elev her ville bruke tall for deretter å bruke innsikten fra tallbehandlingen til å bytte til algebra. I denne kategorien fikk oppgaven da 1 poeng.

Kategorier fra resten av kjerneelementene

På tilsvarende måte så vi hvilke elevhandlinger som inngår i beskrivelsene av de andre kjerneelementene, og vi endte opp med denne listen av kategorier:

- UP:** (1) Avdekke mønster og sammenhenger, (2) Dele et problem opp i delproblem, (3) Vur-

dere bruk av digitale hjelpemidler eller ei og (4) Utvikle en metode i en ukjent situasjon.

MA: (1) Knytte til dagliglivet, arbeidslivet eller samfunnet, (2) Matematisere – lage en modell, (3) Kritisk vurdere en modell og (4) Bruke en modell i en annen kontekst.

RA: (1) Utvikle en tankerekke og (2) Begrunne eller bevise.

AG: (1) Bruke formelt symbolspråk eller formelle resonnerer, (2) Oppdage matematiske sammenhenger, generalisere og (3) Utforske begreper og symboler for å uttrykke resultater og sammenhenger algebraisk og formelt.

MK: (1) Bruke matematisk innhold fra ett av kompetansemålene og (2) Utforske sammenhenger på tvers av kompetansemålene.

I samsvar med framgangsmåten som er vist til over, kodet vi oppgaver hver for oss, sammenliknet og arbeidet oss fram til en felles forståelse av kategoriene. For hvert sett av oppgaver endte vi opp med store matriser med tallene 0, 1 og 2. Poengene kunne så summeres for hvert kjerneelement, for hvert sett. Poengene ble vektet ved at vi dividerte med antall kategorier i hvert kjerneelement før vi regnet ut gjennomsnittet. Verdien i diagrammene våre er dette gjennomsnittet, som altså vil ligge i intervallet $[0, 2]$.

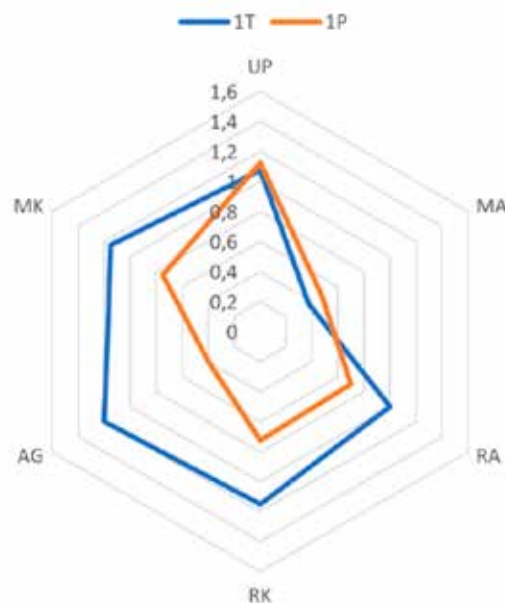
Resultater

Vi presenterer her to tråder ved hjelp av radar-diagram. Først viser vi hvordan eksempeloppgaven for det enkelt fag er knyttet til kjerneelementene på forskjellig vis, og deretter ser vi på utviklingen fra de første oppgavene i september 2020 til de som kom i januar 2021.

Figur 1 viser de første oppgavene der Udir for første gang viste hvordan de nye eksamensoppgavene kunne bli.

Gjennomsnittstallene viser at fem av kjerneelementene i IT holder seg i området rundt eller over 1. Poenggingingen vår viser at disse oppgavene samlet gir mulighet til å vise kompetanse knyttet til alle disse fem kjerneelementene. For 1P kan vi trekke den samme konklusjonen bare

Studieforberedende september 2020



Figur 1: Studieforberedende september 2020.

når det gjelder UP, mens tre andre kjerneelementer har verdier i området 0,6–0,8.

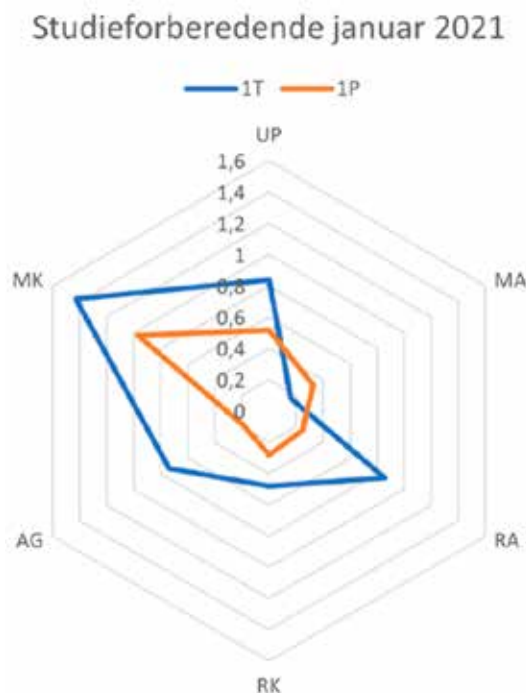
MA reflekteres i eksempeloppgavene i mindre grad enn de andre kjerneelementene. Dette gjelder for både IT og 1P. Størst forskjell mellom fagene finner vi for AG, der 1P har en mye lavere verdi enn IT.

Figur 2 viser analyseresultatet fra oppgavene fra Udirs første eksempler på komplette eksamenssett, som kom i januar 2021.

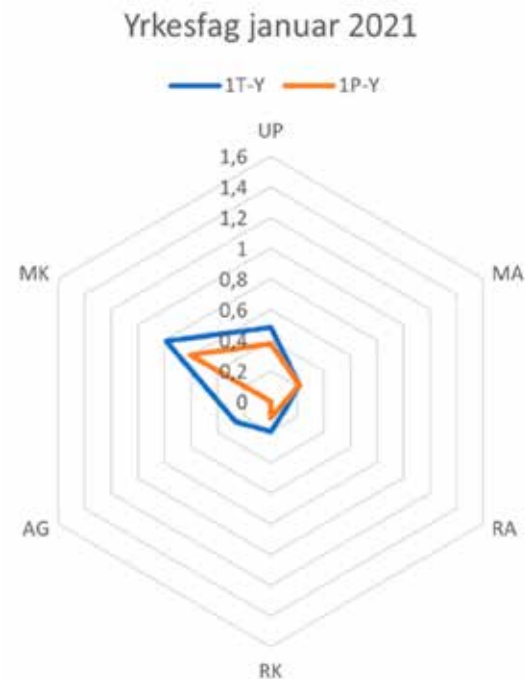
IT og 1P har høyere verdier for MK enn for de andre kjerneelementene. Det er fremdeles slik at kurven til IT stort sett ligger utenfor kurven til 1P, MA har lav verdi for begge fagene, og forskjellen er stor for AG. I tillegg er det nå større forskjell for kjerneelementet RA.

Figur 3 viser analyse av oppgavene for yrkesfagene som det ikke er publisert oppgaver for i 2020.

Oppgavene for yrkesfag gir elevene i langt mindre grad muligheter knyttet til å vise ferdigheter knyttet til kjerneelementene enn det opp-



Figur 2: Studieforberedende januar 2021.



Figur 3: Yrkesfag januar 2021.

gavene for studieforberedende gjør. Alle verdiene i diagrammet er mindre enn 0,6. Vi ser likevel tre av de samme tendensene: Grafen til den teoretiske matematikken viser større verdier for alle kjerneelementene; begge grafene strekker seg mot MK; og differansen mellom de to fagene er størst for AG.

Vi vil nå se på den andre tråden i analysen vår, utviklingen fra de første eksempeloppgavene til de neste. De to oransje grafene fra figur 1 og figur 2 viser de to settene med oppgaver for matematikk 1P. Analysen viser at de sist publiserte oppgavene har lavere gjennomsnittsverdier for de fem første kjerneelementene enn de først publiserte, men oppgaven har blitt tettere knyttet til kompetansemålene i læreplanen gjennom MK.

Vi ser tilsvarende på de to blå grafene fra figur 1 og figur 2, altså de to oppgavesettene for matematikk 1T. På samme måte som for 1P er det kun for MK at grafen for januar 2021 har høyere verdier enn den for september 2020. Her

har imidlertid tre kjerneelementer, UP, MA og RA, bare en mindre endring mot lavere gjennomsnittsverdier.

Oppsummert viser analysen at det elevene blir bedt om å gjøre i eksempeloppgaver for den teoretiske matematikken, ligger nærmere det som er formulert i kjerneelementene, enn for den praktiske matematikken. Den yrkesfaglige matematikkens oppgaver viser i enda mindre grad til handlinger som er kommunisert i kjerneelementene.

Diskusjon

De første samlingene med enkeltoppgaver fra september 2020 kommuniserte en tydelig sammenheng mellom de fleste av kjerneelementene og eksamensoppgavene. Udir brukte disse oppgavene til å vise fram oppgavetyper vi ikke har sett på norsk eksamen før. Gjennom oppgavene fortalte de tidlig i skoleåret hva som kan forventes, men midt i skoleåret trakk de tilbake litt av dette da de publiserte de komplette settene med

eksempeloppgaver. Disse var ikke så tett koblet til kjerneelementene, men tettere til matematisk innhold i kompetansemålene. Vi tolker det som at Udir først ville fortelle om alt som var helt nytt, eller at de med oppgavene i september 2020 ville berede grunnen for en aksept for oppgavene som kommer senere.

Undersøkelsen vår viser at forsøket på å redefinere målsettingene for skolens matematikkundervisning med kjerneelementer er vanskelig å realisere innenfor gjeldende rammer og ressurser for utarbeiding av eksamen. Når det skal utarbeides oppgaver som er tettere knyttet til praksisen i skolen og de skal være eksempler på komplette eksamenssett, faller man tilbake til velkjente måter fra tidligere læreplaner for å forstå matematisk kompetanse. Det kan synes som om elevenes muligheter til å vise kompetanse i fagets prosesser beskrevet i de fem første kjerneelementene har måttet vike til fordel for fagets innholdsside.

En av endringene fra tidligere eksamensoppgaver var oppgaver som ikke ber om begrunnelser, men bare et svar. Det ble uttrykt bekymring om dette i mediene (Stensland, 2020). Disse oppgavene kommuniserer stor frihet i metodebruk, siden løsningsmetoden ikke blir vurdert. Samtidig sier Udir med disse oppgavene at det bare er resultatet som er viktig. I vår koding blir noen kategorier ekskludert ved slike oppgaver. Eleven kan f.eks. ikke «Begrunne eller bevise» i slike oppgaver. Allikevel, dersom vi går tilbake til Adil og orienteringsløpet, ser vi at åpenheten i valg av metode, inkludert valg av å bruke digitalt hjelpemiddel eller ei, er med på å gi denne oppgaven 16 poeng i vår analyse, mot 13,4 som gjennomsnitt for oppgavene i 1P i september 2020. Vi vil foreslå at oppgaven endres slik at den knyttes tettere til kjerneelementene.

Slik oppgaven med Adil var gitt, har den et design som er kjent for lærere. Vi mener at Udir med denne oppgaven kommuniserer at likningssett med to ukjente bør være med i matematikk 1P fremdeles. Selv om oppgaven er presentert med tekst og den kan løses både

algebraisk, grafisk, numerisk og digitalt, så er oppgaveformuleringen knyttet til en tradisjon i faget. Erfarne lærere vil nok kunne se for seg hvordan opplæringen knyttet til dette spilles ut i en lærebok og et klasserom. Likninger eller likningssett er ikke nevnt i kompetansemålene til matematikk 1P. Vårt forslag til en omformulering fører elevene inn i en annen prosess hvor alternative resultater fra en utregning eller utforskning må vurderes, og dette gjøres innenfor rammene for oppgaver med bare ett svar.

Adil er med i et orienteringsløp. Postene som er satt ut, gir enten 2 poeng eller 5 poeng. Han finner 9 poster med 2 poeng og 4 poster med 5 poeng, og får til sammen 38 poeng. Vennen sa at han også fikk 38 poeng, men med færre poster. Hvor mange poster fant han?

Med denne nye formuleringen passer oppgaven ikke inn i en tradisjon hvor lærere like lett ser for seg løsningsmetoder og undervisning knyttet til dette. Når antall poster er ukjent, må elevene utforske flere alternativer, og det må vurderes hvilket valg som er riktig for å gi det endelige svaret.

Denne oppgaven har i utgangspunktet fire mulige løsninger for 38 poeng, $(19, 0)$, $(14, 2)$, $(9, 4)$ og $(4, 6)$. Oppgaven tilfredsstillende likevel kravet om bare ett svar ettersom elevene må velge den siste og svare 10 for å få rett. I denne versjonen ville den være tettere knyttet til kjerneelementene fordi den oppfordrer til utforskning og bruk av forskjellige representasjoner eller digitale hjelpemidler. Udir ville derfor med vårt forslag kommunisere et ønske om en annen praksis i klasserommet enn de gjør med eksempeloppgaven.

I eksemplet over viste vi hvordan en oppgave av type 1 kan knyttes til flere av kjerneelementene, med mange valg av metoder og med muligheter for utforskning. Den neste oppgaven er av type 2 og fikk kun 4 poeng i vår analyse, alle poengene hadde tilknytning til arbeidslivet. Dette var en av eksempeloppgavene for yrkesfag:

Stine har deltidsjobb med timelønn på 214 kr. I april jobbet hun 57 timer. Hun trekkes 16 % i skatt. Resten av lønnen får hun utbetalt.

Lag et regneark som vist til høyre. Legg inn tall fra oppgaveteksten i de hvite cellene og formuler i de lyseblå cellene slik at du finner riktig bruttolønn, skattetrekk og nettolønn for Stine i april.

Kahlid er kollega med Stine. Han jobber fulltid og har høyere prosentvis skattetrekk enn Stine. I april jobbet han 160 timer med timelønn på 214 kr. Nettolønnen til Khalid i april ble 25 680 kr. Hvor mange prosent trekkes Khalid i skatt?

For å gjøre oppgaven mer i tråd med intensjonen i kjerneelementene og inkludere utforsking, problemløsning, representasjon og kommunikasjon foreslår vi en annen oppgave b:

b) Stine får tilbud om å jobbe opptil 100 timer i mai, men får beskjed om at hun da bør få nytt skattekort med en høyere skattesats. Hun sender en melding til deg og spør hva hun bør gjøre. Gjør beregninger og bruk disse i en forklaring til Stine for å vise henne hva hennes valg betyr økonomisk.

Argumentasjon og generalisering har vært svært lite synlig i oppgavene for den praktiske matematikken. Denne oppgaven kan knyttes til dette kjerneelementet ved at vi legger til en oppgave.

Forklar hva som skjer med nettolønn når skattesatsen (forskuddstrekket) øker.

Denne oppgaven ber om en generalisering og ser tilsynelatende enkel ut, men også denne kan løses på mange nivåer. På et lavt nivå kan eleven rett og slett slå fast at nettolønnen minker når skattesatsen øker. Elevene kan også regne ut et eksempel. Med et talleksempel kan de vise at når skattesatsen øker med f.eks. 5 prosentpoeng fra 10 %, så minker nettolønna med 5,6 %. Elevene kunne for eksempel bruke representasjoner gjennom regneark eller grafiske framstillinger,

der skattesats vises på førsteaksen og nettolønn på andreaksen. Oppgaven åpner også for mer generelle løsninger, og kunne vært gitt i kurs med større vekt på generelle løsninger. En slik eksamensoppgave vil kommunisere at det bør arbeides med gode forklaringer i klasserommet.

Konklusjon

Kjerneelementene er ikke likt representert i eksempeloppgavene: Modellering og anvendelser er klart underrepresentert sammenliknet med de andre kjerneelementene. Det har imidlertid aldri blitt klart hvordan kjerneelementene burde være fordelt. Burde de alle være like mye til stede? Og hvis ikke, hvordan burde fordelingen være, og hvordan skulle de fordeles forskjellig for den praktiske, teoretiske eller yrkesfaglige matematikken?

Matematikk P og T har forskjellige mål, så det er forståelig at det er lettere å tilnærme seg AG fra 1T, men den tankegangen skulle tilsi at MA var mer til stede i 1P. Dette er ikke tilfellet. Eksempelet om skatt viste hvordan AG kan tilnærmes til et mer praktisk nivå i 1P enn i 1T, og oppgavene kunne aktualisere andre kjerneelementer når det ble stilt et mer generelt spørsmål.

Det har vært en lang politisk prosess for å utvikle kjerneelementene, med flere runder med høringer i praksisfeltet. Disse prosessene ga informasjon og gjennomsluktighet. Utvikling av eksamensoppgaver ser derimot ut til å være gjennomført under tidspress, og uten den samme graden av åpenhet. Oppgavene for yrkesfag ser i størst grad ut til å være knyttet til en tradisjon mer enn til kjerneelementene i LK20. Det er påfallende at de første eksempeloppgavene bedre reflekterte kjerneelementene enn de som kom senere, og at det synes mer krevende å utvikle oppgaver som møter intensjonene i kjerneelementene for den praktiske matematikken.

Vi håper å se kommende eksamensoppgaver som støtter opp under læreres arbeid med kjerneelementene, og at de viser vei mot en mer spennende hverdag i klasserommet.

Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning

Referanser

- Fried, M. N. & Amit, M. (2016). Reform as an issue for mathematics education research: Thinking about change, communication, and cooperation. I L. English & D. Kirshner (red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, 3rd ed* (s. 257–274). Routledge.
- Morgan, C. & Sfar, A. (2016). Investigating changes in high stakes mathematics examinations: A discursive approach. *Research in Mathematics Education, 18*(2), 92–119.
- Munthe-Kaas, A. Z., Rønquist, E., Rypdal, M., Erfjord, I., Strømskag, H., Helgesen, R., Handal, S., Randeborg, L. L., Raustøl, H. M. (2021, 9. mai). Eksamen i matematikk er på ville veier. *Aftenposten*. <https://www.aftenposten.no/meninger/debatt/i/x3LVdX/eksamen-i-matematikk-er-paa-ville-veier>
- Nordbakke, M. (2018). Utvikling av kjerneelementer. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 29*(4), 35–40.
- Smestad, B. (2018). Dybdelæring. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 29*(4), 31–34.
- Stensland, M. (2020, 27. nov). Matteeksamen blir heldigital. Lærere er redd det vil gå ut over faglig svake elever. *Aftenposten*. <https://www.aftenposten.no/norge/i/aPPyLA/matteeksamen-blir-heldigital-laere-re-er-redd-det-vil-gaa-ut-over-faglig-svake-elever>
- Utdanningsdirektoratet (2020). Læreplan i matematikk fellesfag vg1 praktisk (matematikk p). Fastsett som forskrift. *Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020*. <https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT08-01.pdf?lang=nob>
- Utdanningsforbundet (2020). *Lærerne bekymret for nye eksamensoppgaver i videregående*. <https://www.utdanningsforbundet.no/nyheter/2020/larerne-bekymret-for-nye-eksamensoppgaver-i-videregaende/>

Eriksen, S., Vos, P. (2022). Kjerneelementer og eksempeleoppgaver. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 33*(3), 45–51.